

## CORRECTION

### FONCTION :

**Exercice 1 :** Mathieu doit prendre le bus chaque matin pour se rendre au lycée ; il observe les tarifs :

Formule A : un ticket de bus coûte 1,30 € sans abonnement.

Formule B : avec un abonnement mensuel de 10 €, le ticket coûte 1 €.

- 1) a) Déterminer la fonction  $f$  qui donne le tarif en fonction du nombre de tickets achetés avec la formule A.

$$f(x) = 1,30 \times x$$

b) Calculer le prix payé pour 16 tickets :  $1,30 \times 16 = 20,80$  €

c) Calculer  $f(20) = 1,30 \times 20 = 26$  €

d) Combien de tickets a-t-il pris s'il a payé 14,30 € ? **11 tickets car  $1,30 \times 11 = 14,30$  €**

- 2) a) Déterminer la fonction  $g$  qui donne le tarif en fonction du nombre de tickets achetés avec la formule B.

$$g(x) = 10 + 1 \times x$$

b) Calculer le prix payé pour 16 tickets :  $10 + 1 \times 16 = 26$  €

c) Calculer  $g(20) = 10 + 1 \times 20 = 30$  €

- 3) Déterminer à partir de combien de tickets il est plus intéressant de prendre la formule B :

**A partir de 35 tickets car  $f(35) = 45,50$  et  $g(35) = 45$ .**

**Exercice 2 :** On considère la fonction  $f(x) = -4x^2 + 9x - 15$ .

1) Calculer  $f(3) = -4 \times 3^2 + 9 \times 3 - 15 = -24$

2) Calculer l'image de -1  $f(-1) = -4 \times (-1)^2 + 9 \times (-1) - 15 = -28$

3) Déterminer un antécédent de -15 : **0 car  $f(0) = -4 \times 0^2 + 9 \times 0 - 15 = -15$**

- 4) Est-ce que le point de coordonnées (3 ; -24) appartient à la courbe représentative de  $f$  ?

**Oui car  $f(3) = -24$**

- 5) Est-ce que le point de coordonnées (-1 ; -27) appartient à la courbe représentative de  $f$  ?

**Non car  $f(-1) = -28$  qui est différent de -27**

- 6) Le point A (-5 ; ...) appartient à la courbe représentative de  $f$ , calculer son ordonnée :

$$f(-5) = -4 \times (-5)^2 + 9 \times (-5) - 15 = -160$$

7) Calculer le taux de variation de  $f$  entre -1 et 3 :  $\frac{f(-1)-f(3)}{(-1)-3} = \frac{-28-(-24)}{(-1)-3} = \frac{-4}{-4} = 1$

**Exercice 3 :**  $f$  est la fonction définie sur  $[-4 ; 2]$  par la courbe ci-contre.

- 1) Déterminer l'image de -1 : **1**

2) Déterminer  $f(1) = 0$

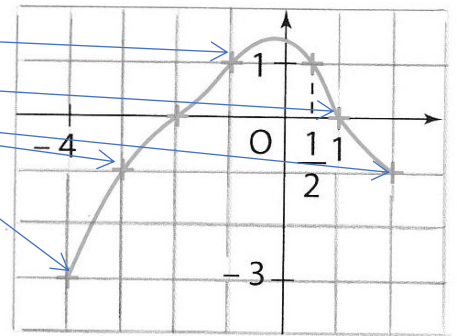
- 3) Déterminer un antécédent de -1 : **-3 ou 2**

4) Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = -3$  **pour  $x = -4$**

5) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 1$  **pour  $x \in [-1 ; 0,5]$**

- 6) Déterminer le tableau de signes de cette fonction :

$x$	-4	-2	1	2	
Signe de $f$	-	0	+	0	-



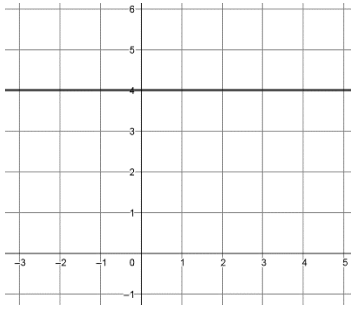
- 7) Déterminer le tableau de variation de cette fonction :

$x$	-4	-0,2	2
Variations de $f$		1,4	
	-3		-1

**Exercice 4 :** pour chaque cas, déterminer l'équation de la droite tracée :

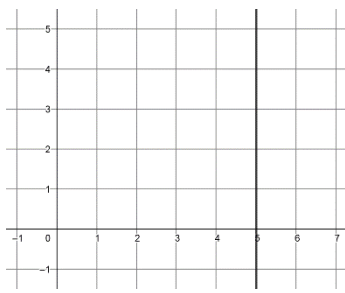
N°1

$y = 4$



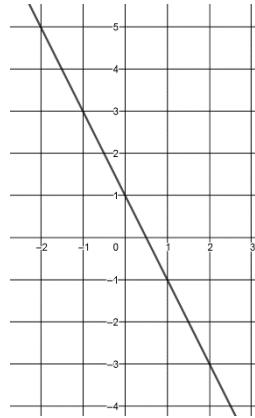
N°2

$x = 5$



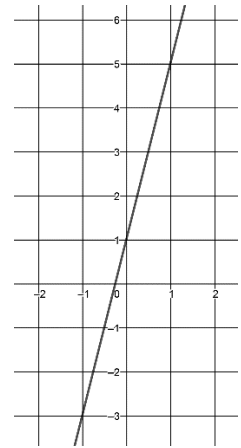
N°3

$y = -2x + 1$



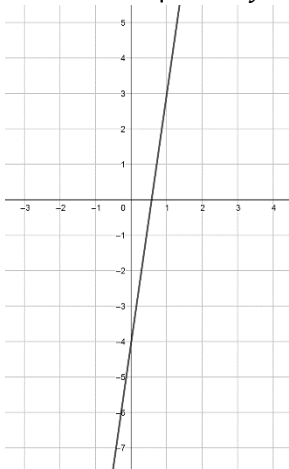
N°4

$y = 4x + 1$

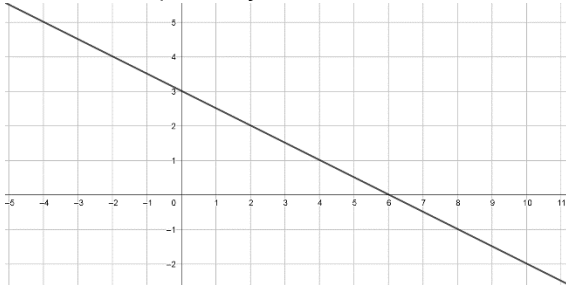


**Exercice 5 :** pour chaque cas, tracer un repère puis tracer la droite demandée :

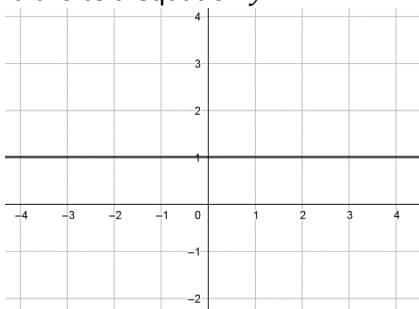
1) la droite d'équation  $y = 7x - 4$



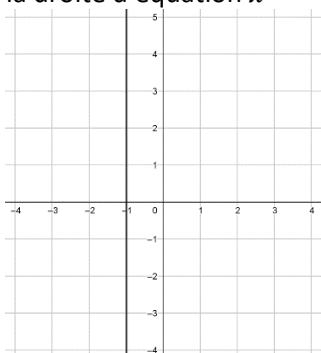
2) la droite d'équation  $y = -0,5x + 3$



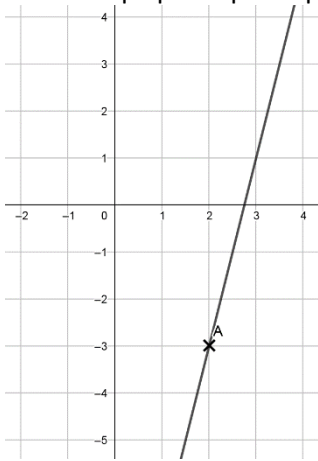
3) la droite d'équation  $y = 1$



4) la droite d'équation  $x = -1$



5) la droite qui passe par le point A (2 ; -3) et qui a pour pente 4



**Exercice 6 :** Dans un repère, on donne les points B (-2 ; -3) et C (1 ; 3). Déterminer l'équation de la droite (BC).

L'équation de la droite (BC) est de la forme  $y = mx + p$  avec :

$$m = \frac{-3-3}{-2-1} = 2 \quad \text{donc } y = 2x + p$$

Pour déterminer la valeur de  $p$  on remplace  $x$  et  $y$  par les coordonnées de C : on remplace  $x$  par 1 et  $y$  par 3 :

$$3 = 2 \times 1 + p$$

$$3 = 2 + p$$

$$\text{Donc } p = 3 - 2 = 1$$

Conclusion : L'équation de la droite (BC) est  $y = 2x + 1$

**Exercice 7 :** Déterminer le tableau de signes des expressions suivantes :

a)  $3x - 12$

Il faut déterminer quand  $3x - 12 = 0$

$$3x = 0 - (-12)$$

$$3x = 12$$

$$x = 12 \div 3 = 4$$

$x$	$-\infty$	4	$+\infty$
Signe de $(3x - 12)$	-	0	+

b)  $-4x + 10$

Il faut déterminer quand  $-4x + 10 = 0$

$$-4x = 0 - 10$$

$$-4x = -10$$

$$x = -10 \div (-4) = 2,5$$

$x$	$-\infty$	2,5	$+\infty$
Signe de $(-4x + 10)$	+	0	-

## FONCTION DE DEGRE 2 :

**Exercice 8 :** Relier chacune des fonctions suivantes à la courbe correspondante :

$f(x) = 0,5x^2$ $g(x) = 3x^2 + 2$ $h(x) = 0,2(x - 3)(x + 1)$	$f(x) = 2x^2 - 3$ $g(x) = -3x^2 + 2$	$f(x) = 0,5(x - 4)(x + 1)$ $g(x) = 0,5(x + 4)(x - 1)$

Car la courbe de $f$ passe par l'origine du repère, et celle de $g$ est symétrique par rapport à l'axe vertical.	Car la courbe de $f$ est tournée vers le haut ( $a = 2$ est positif).	Car la courbe de $f$ coupe l'axe horizontal en 4 et $-1$ .
--	---	--

**Exercice 9 :**

Première courbe :

La fonction est de la forme  $f(x) = a(x - 1)(x - (-3)) = a(x - 1)(x + 3)$  car la courbe coupe l'axe horizontal en 1 et en  $-3$ .

Pour déterminer la valeur du nombre  $a$ , on utilise le point A de la courbe : ses coordonnées nous indiquent que quand  $x = -2$  on doit obtenir  $-6$  :  $f(-2) = -6$

$$a(-2 - 1)(-2 + 3) = -6 \quad (\text{c'est une équation où on cherche } a)$$

$$a \times (-3) \times 1 = -6$$

$$a \times (-3) = -6$$

$$a = -6 \div (-3) = 2$$

Conclusion :  $f(x) = 2(x - 1)(x + 3)$

Deuxième courbe :

La fonction est de la forme  $f(x) = ax^2$  car la courbe admet l'axe vertical comme axe de symétrie et coupe l'axe vertical en 0.

Pour déterminer la valeur du nombre  $a$ , on utilise le point A de la courbe : ses coordonnées nous indiquent que quand  $x = 2$  on doit obtenir  $-2$  :  $f(2) = -2$

$$a(-2)^2 = -2 \quad (\text{c'est une équation où on cherche } a)$$

$$a \times 4 = -2$$

$$a = -2 \div 4 = -0,5$$

Conclusion :  $f(x) = -0,5x^2$

Troisième courbe :

La fonction est de la forme  $f(x) = ax^2 + 2$  car la courbe admet l'axe vertical comme axe de symétrie et coupe l'axe vertical en 2.

Pour déterminer la valeur du nombre  $a$ , on utilise le point A de la courbe : ses coordonnées nous indiquent que quand  $x = -1$  on doit obtenir  $-1$  :  $f(-1) = -1$

$$a(-1)^2 + 2 = -1 \quad (\text{c'est une équation où on cherche } a)$$

$$a \times 1 + 2 = -1$$

$$a = -1 - 2 = -3$$

Conclusion :  $f(x) = -3x^2 + 2$

**Exercice 10 :**


1)  $f(4) = 3 \times 4^2 + 18 \times 4 - 21 = 99$  c'est différent de zéro, donc 4 n'est pas une racine de  $f$ .

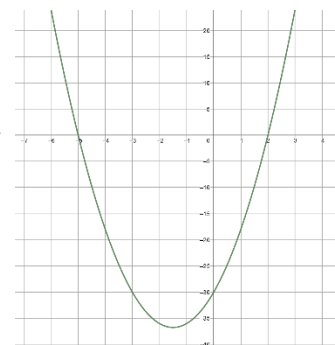
2)  $f(-7) = 3 \times (-7)^2 + 18 \times (-7) - 21 = 0$  donc  $-7$  est une racine de  $f$ .

**Exercice 11 :**

1) Les deux racines du polynôme  $g$  sont 2 et  $-5$ .

$$g(x) = 3(x - 2)(x + 5) = 3(x - 2)(x - (-5))$$

Voici donc l'allure de la courbe :  (comme 3 est positif, elle est tournée vers le haut, et elle coupe l'axe horizontal en  $-5$  et 2).



1) Dresser le tableau de signes de  $g$ .

$x$	$-\infty$	$-5$		$2$	$\infty$
Signe de $g(x)$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Entre  $-5$  et  $2$ , la courbe est en-dessous de l'axe, elle est donc négative.

2) Dresser le tableau de variations de  $g$ .

Le minimum de  $g$  est atteint en  $-1,5$  (le milieu entre  $-5$  et  $2$ ), et il vaut :

$$g(-1,5) = 3 \times (-1,5 - 2) \times (-1,5 + 5) = -36,75$$

Le tableau de variations de  $g$  est :

$x$	$-\infty$	$-1,5$	$+\infty$
Variations de $g$			

3) Les coordonnées du minimum de  $g$  sont  $(-1,5 ; -36,75)$ .

4) Déterminer l'axe de symétrie de la courbe représentative de  $g$ .

L'axe de symétrie de la courbe de  $g$  a pour équation :  $x = -1,5$ .

(C'est la droite verticale passant par  $-1,5$ )

### Exercice 12 :

1)  $h(-3) = -4 \times (-3)^2 + 28 \times (-3) + 120 = 0$  donc  $-3$  est une racine de  $h$ .

2)  $h$  est de la forme  $h(x) = -4(x-3)(x-x_2) = -4(x+3)(x-x_2)$

On calcule  $h(0)$  avec la forme développée (de l'énoncé) et ma forme factorisée (ci-dessus) :

$$h(0) = -4 \times 0^2 + 28 \times 0 + 120 = 120$$

$$h(0) = -4(0+3)(0-x_2) = -4 \times 3 \times (-x_2) = 12x_2$$

$$\text{donc } 12x_2 = 120$$

$$x_2 = 120 \div 12 = 10$$

3) Conclusion :  $h(x) = -4(x+3)(x-10)$

### FONCTION DE DEGRE 3 :

#### Exercice 13 :

Relier chacune des fonctions suivantes à la courbe correspondante :

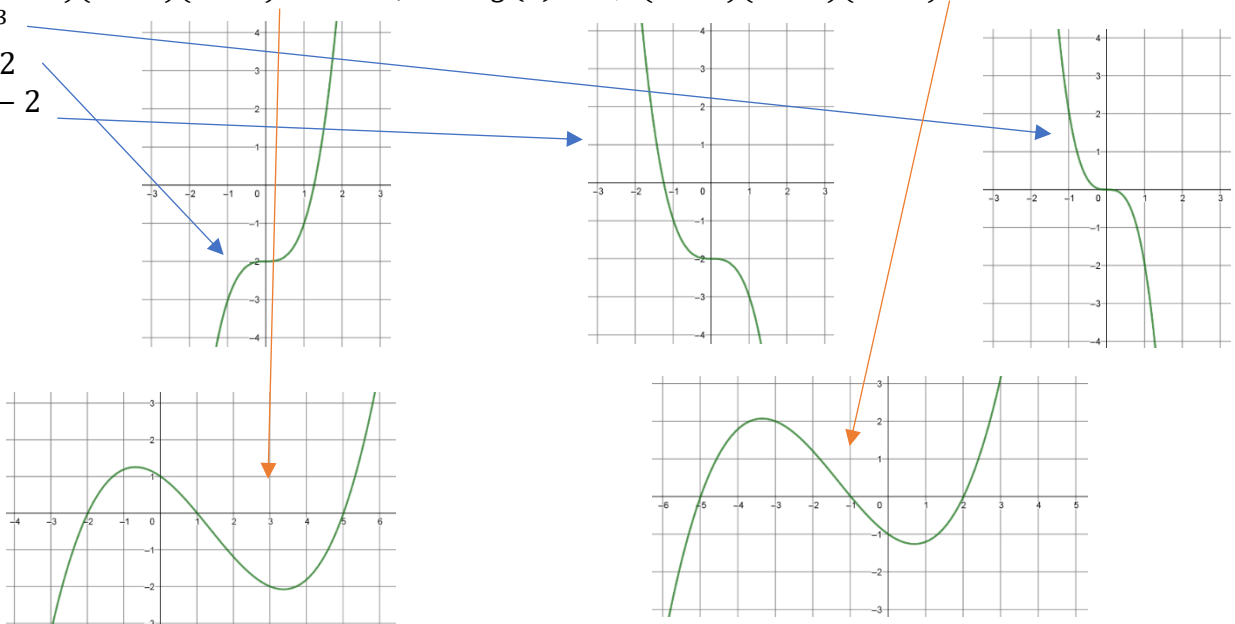
$$f(x) = 0,1(x-5)(x-1)(x+2)$$

$$g(x) = 0,1(x+5)(x+1)(x-2)$$

$$h(x) = -2x^3$$

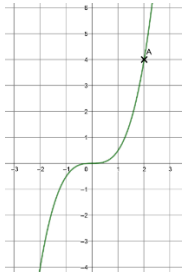
$$i(x) = x^3 - 2$$

$$j(x) = -x^3 - 2$$

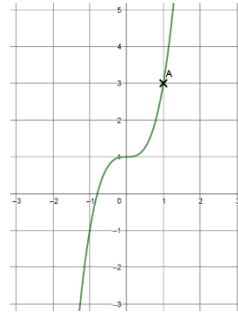


**Exercice 14 :**

Déterminer les expressions des fonctions de degré 3 dont les courbes sont représentées ci-dessous :



$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 \\ f(2) &= 4 \\ a \times 2^3 &= 4 \\ a \times 8 &= 4 \\ a &= 4 \div 8 = 0,5 \\ f(x) &= 0,5x^3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} f(x) &= ax^3 + 1 \\ f(1) &= 3 \\ a \times 1^3 + 1 &= 3 \\ a \times 1 + 1 &= 3 \\ a &= 3 - 1 = 2 \\ f(x) &= 2x^3 + 1 \end{aligned}$$

**Exercice 15 :** résoudre l'équation :  $x^3 = -42,875$ 

Pour  $x = \sqrt[3]{-42,875} = -3,5$

**Exercice 16 :**  $f(x) = 3x^3 + 36x^2 + 36x - 240$ 

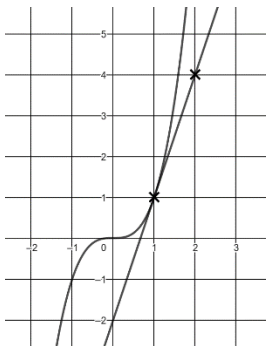
- 1) 2 est une racine de  $f(x)$  car  $f(2) = 3 \times 2^3 + 36 \times 2^2 + 36 \times 2 - 240 = 0$
- 2) -4 est une racine de  $f(x)$  car  $f(-4) = 3 \times (-4)^3 + 36 \times (-4)^2 + 36 \times (-4) - 240 = 0$
- 3) -10 est une racine de  $f(x)$  car  $f(-10) = 3 \times (-10)^3 + 36 \times (-10)^2 + 36 \times (-10) - 240 = 0$

**Exercice 17 :**Les racines de la fonction  $f(x) = -3(x-2)(x+8)(x+10)$  sont : 2 ; -8 et -10

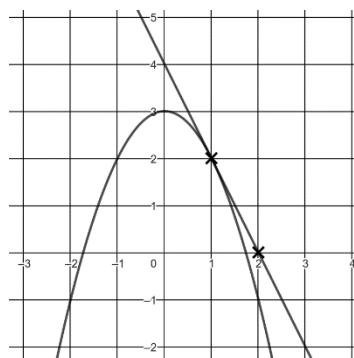
$x$	$-\infty$	-10	-8	-2	$+\infty$
Signe de -3	-	-	-	-	-
Signe de $(x-2)$	-	-	-	-	+
Signe de $(x+8)$	-	-	-	+	+
Signe de $(x+10)$	-	+	+	+	+
Bilan : signe de $f(x)$	+	-	+	-	-

**DERIVATION :****Exercice 18 :** dans chaque cas on a représenté la courbe d'une fonction  $f$  et sa tangente au point d'abscisse 1. Déterminer graphiquement :

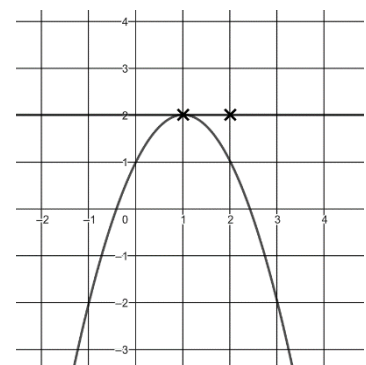
1)  $f'(1) = 3$



2)  $f'(1) = -2$



3)  $f'(1) = 0$

**Exercice 20 :** déterminer les équations des tangentes tracées à l'exercice 2.

- 1) L'équation de la tangente, au point d'abscisse -1, à la courbe représentative de la fonction
- $f$
- est :

$$y = f'(-1) \times (x - (-1)) + f(-1)$$

Avec  $f'(-1) = 2$  et  $f(-1) = 2$

donc  $y = 2 \times (x + 1) + 2 = 2x + 2 + 2 = 2x + 4$

La tangente a pour équation :  $y = 2x + 4$ 

- 1) L'équation de la tangente, au point d'abscisse -2, à la courbe représentative de la fonction
- $f$
- est :

$$y = f'(-2) \times (x - (-2)) + f(-2)$$

Avec  $f'(-2) = -2$  et  $f(-2) = 0$

donc  $y = -2 \times (x + 2) + 0 = -2x - 4$

La tangente a pour équation :  $y = -2x - 4$

**Exercice 21 :** déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = 5x^3 + 6x^2 - 8x - 11$  ;  $f'(x) = 5 \times 3x^2 + 6 \times 2x - 8 \times 1 - 0 = 15x^2 + 12x - 8$
- $g(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + 7$  ;  $g'(x) = 3x^2 - 3 \times 2x + 9 \times 1 + 0 = 3x^2 - 6x + 9$

**Exercice 22 :**

On étudie la fonction  $f$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $[0 ; 30]$  par :  $f(x) = 4x^2 - 20x + 9$

1) Calcul de la dérivée :

$$f'(x) = 4 \times 2x - 20 \times 1 + 0 = 8x - 20$$

2) Etude du signe de la dérivée : on cherche quand  $8x - 20 = 0$

$$8x = 20$$

$$x = 20 \div 8$$

$$x = 2,5$$

3) Tableau de variation :

$x$	0	2,5	30
Signe de $f'(x)$	-	0	+
Variation de $f$			

$$f(2,5) = 4 \times 2,5^2 - 20 \times 2,5 + 9 = -16$$

4) Sur l'intervalle  $[0 ; 30]$  le minimum de  $f$  est  $-16$ , il est atteint pour  $x = 2,5$ .

**Exercice 23 :**

Un producteur de truffes noires cultive, ramasse et conditionne de 0 à 45 kilogrammes de ce produit par semaine durant la période de production de la truffe. On désigne par  $B(x)$  le bénéfice hebdomadaire (en euros) réalisé par la vente de  $x$  kilogrammes de truffes.

La fonction  $B$  est définie sur l'intervalle  $[0 ; 45]$  par :  $B(x) = -x^3 + 60x^2 - 525x$

1) Calculer la fonction dérivée de la fonction  $B$ .

$$B'(x) = -3x^2 + 60 \times 2x - 525 \times 1 = -3x^2 + 120x - 525$$

2) Montrer que pour tout réel  $x$  de  $[0 ; 45]$ ,  $B'(x) = (-3x + 15)(x - 35)$

$$(-3x + 15)(x - 35) = -3x \times x - 3x \times (-35) + 15 \times x + 15 \times (-35)$$

$$= -3x^2 + 105x + 15x - 525$$

$$= -3x^2 + 120x - 525$$

$$= B'(x)$$

2) Etudier le signe de  $B'(x)$  sur l'intervalle  $[0 ; 45]$ .

Etude du signe de la dérivée : on cherche quand  $-3x + 15 = 0$  et quand  $x - 35 = 0$

$$-3x = -15 \quad x = 35$$

$$x = -15 \div (-3) = 5$$

3) Tableau de variation :

$x$	0	5	35	45
Signe de $(-3x + 15)$	+	0	-	-
Signe de $(x - 35)$	-	-	0	+
Signe de $B'(x)$	-	0	+	-
Variation de $B$				

$$B(0) = -0^3 + 60 \times 0^2 - 525 \times 0 = 0$$

$$B(5) = -5^3 + 60 \times 5^2 - 525 \times 5 = -1\,256$$

$$B(35) = -35^3 + 60 \times 35^2 - 525 \times 35 = 12\,250$$

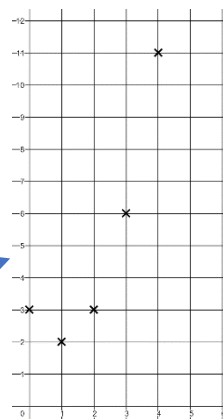
$$B(45) = -45^3 + 60 \times 45^2 - 525 \times 45 = 6\,750$$

- 3) Pour quelle quantité de truffes le bénéfice du producteur est-il maximal ? A combien s'élève-t-il alors ?  
Le bénéfice du producteur est maximal pour **35 kg** de truffes. Il s'élève alors à **12 250 €**.

### SUITES :

#### Exercice 24 :

- $u_0 = 0^2 - 2 \times 0 + 3 = 3$   
 $u_1 = 1^2 - 2 \times 1 + 3 = 2$   
 $u_2 = 2^2 - 2 \times 2 + 3 = 3$   
 $u_3 = 3^2 - 2 \times 3 + 3 = 6$   
 $u_4 = 4^2 - 2 \times 4 + 3 = 11$
- Placer dans un repère les 5 points représentant  $u_0, u_1, u_2, u_3$  et  $u_4$ .
- Cette suite n'est pas arithmétique car les points ne sont pas alignés.



#### Exercice 25 :

$$v_1 = 4v_0 + 8 = 4 \times 3 + 8 = 20$$

$$v_2 = 4v_1 + 8 = 4 \times 20 + 8 = 88$$

$$v_3 = 4v_2 + 8 = 4 \times 88 + 8 = 360$$

#### Exercice 26 :

- On étudie la suite arithmétique  $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 10 \end{cases}$   
Cette suite est décroissante car sa raison  $-10$  est négative.
- On étudie la suite géométrique  $\begin{cases} v_0 = 0,8 \\ v_{n+1} = v_n \times 1,4 \end{cases}$   
Cette suite est croissante car sa raison  $1,4$  est supérieure à  $1$ .

#### Exercice 27 :

- $u_0 = 9\,000$
- $u_1 = 9\,000 + 1\,500 = 10\,500$  et  $u_2 = 10\,500 + 1\,500 = 12\,000$ .
- $u_{n+1} = u_n + 1\,500$
- Cette suite est arithmétique car à chaque étape on ajoute toujours le même nombre  $1\,500$ .
- a) Cet algorithme calcule  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$  et  $u_7$   
b) Donner les valeurs affichées en complétant le tableau ci-dessous :

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$u$	9 000	10 500	12 000	13 500	15 000	16 500	18 000	19 500

- 6) Le nombre d'abonnés aura doublé par rapport à 2017 en  $2017 + 6 = 2023$

#### Exercice 28 :

- $u_1 = 40$
- $u_2 = 40 \times 1,05 = 42$  et  $u_3 = 42 \times 1,05 = 44,10$
- $u_{n+1} = u_n \times 1,05$
- Cette suite est géométrique car à chaque étape on multiplie toujours le même nombre  $1,05$ .
- Pour équiper cette falaise il faut payer :  $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8 \approx 382 \text{ €}$

### PROBABILITES :

#### Exercice 29 :

Lors d'une enquête portant sur les 2 000 salariés d'une entreprise, on a obtenu les informations suivantes :

- 30 % des salariés ont 40 ans ou plus :  $2\,000 \times \frac{30}{100} = 600$

- 40 % des salariés de 40 ans ou plus sont des cadres :  $600 \times \frac{40}{100} = 240$
- 25 % des salariés de moins de 40 ans sont des cadres :  $1\,400 \times \frac{25}{100} = 350$

1) Compléter le tableau ci-dessous :

	Moins de 40 ans	40 ans ou plus	Total
Cadres	350	240	$350 + 240 = 590$
Non cadres	$1\,400 - 350 = 1\,050$	$600 - 240 = 360$	$1\,050 + 360 = 1\,410$
Total	$2\,000 - 600 = 1\,400$	600	2 000

2) Calculer le pourcentage des cadres :  $\frac{590}{2\,000} \times 100 = 29,5 \%$

3) Calculer le pourcentage des salariés de moins de 40 ans parmi les non cadres :  $\frac{1\,050}{1\,410} \times 100 \approx 74,5 \%$

**Exercice 30 :** Une boulangerie propose 500 pains dont la répartition est donnée dans le tableau ci-dessous :

	Nature	Complet	Total
Pains maison	140	70	210
Pains de campagne	210	80	290
Total	350	150	500

On choisit un pain au hasard dans cette boulangerie.

1) Calculer la probabilité que le pain choisi soit un pain maison, sachant que c'est un pain nature :  $\frac{140}{350} = 0,4$   
(il ne faut regarder que la colonne « Nature »)

On note  $M$  l'évènement « le pain choisi est un pain maison » et  $C$  l'évènement « le pain choisi est un pain complet ».

2) Calculer la probabilité  $P_M(C)$  :  $\frac{70}{210} \approx 0,33$   
(c'est la probabilité que le pain choisi soit un pain complet, sachant que c'est un pain maison : il ne faut regarder que la ligne « Pain maison »)

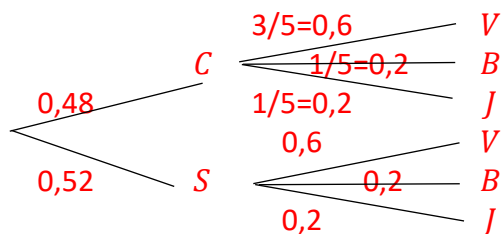
**Exercice 31 :**

Pour réaliser un travail en arts plastiques, Louna dispose :

- d'une boîte d'objets à peindre où se trouvent 48 % de cubes et 52 % de sphères,
- de 5 tubes de peinture : 3 tubes de vert, 1 tube de bleu et 1 tube de jaune.

Elle prend au hasard un objet et un tube de peinture.

1) Construire un arbre illustrant cette situation pour donner l'ensemble des issues.



2)  $P(\text{« Louna a pris un cube et un tube de peinture verte »}) = 0,48 \times 0,6 = 0,288$

3)  $P(\text{« Louna a pris une sphère et un tube de peinture jaune »}) = 0,52 \times 0,2 = 0,104$

**Exercice 32 :** Le président d'un club décide d'organiser une tombola. Tous les billets, au nombre de 500, sont vendus. Les billets sont vendus 5 €.

- l'un des billets permet de gagner le gros lot d'une valeur de 620 €,
- neuf billets permettent chacun de gagner un lot d'une valeur de 70 €,
- cinquante billets sont remboursés,
- et les autres sont perdants.

On appelle  $X$  la variable aléatoire associant à chaque billet la somme d'argent gagnée (comptée positivement) ou perdue (comptée négativement).

1) Les valeurs prises par  $X$  sont : 615 ; 65 ; 0 ou -5.

2) Loi de probabilité de  $X$  :

Valeurs $k$ prises par $X$	615	65	0	-5
$P(X = k)$	$\frac{1}{500}$	$\frac{9}{500}$	$\frac{50}{500}$	$\frac{440}{500}$

$$500 - (1 + 9 + 50) = 440$$

3) Calculer l'espérance mathématique de  $X$  et donner une interprétation du résultat obtenu.

$$E(X) = 615 \times \frac{1}{500} + 65 \times \frac{9}{500} + 0 \times \frac{50}{500} + (-5) \times \frac{440}{500} = -2$$

Sur un très grand nombre de billets achetés, un joueur peut « espérer » perdre en moyenne 2 € par ticket