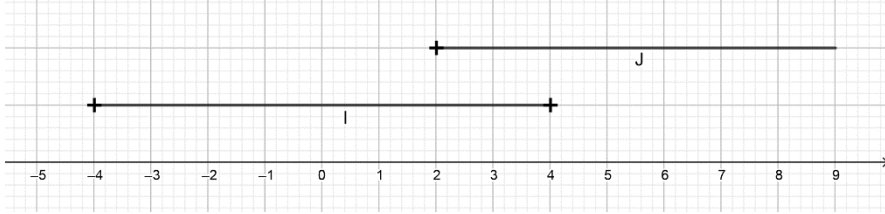


## NOMBRES ET CALCULS

**Exercice 1 :** Compléter par  $\in$  ou  $\notin$  :  $-4,2 \notin [-4; +\infty[$  ;  $-7 \notin ]-7; +\infty[$

**Exercice 2 :** On donne  $I = [-4; 4]$  et  $J = [2; 9[$ . En vous aidant d'une droite graduée, déterminer :



$$I \cap J = [2; 4] \quad \text{et} \quad I \cup J = [-4; 9[$$

**Exercice 3 :** Expliquer pourquoi 231 n'est pas un nombre premier.

Un nombre premier n'est divisible que par 1 et par lui-même.

J'applique les critères de divisibilité au nombre 231 et je remarque que :

$2 + 3 + 1 = 6$  d'après le critère de divisibilité par 3 on en déduit que **231 est divisible par 3**.

Donc 231 n'est pas un nombre premier.

**Exercice 4 :**

- Décomposer 72 et 2 700 en produits de facteurs premiers.
- Utiliser les résultats de la question précédente pour rendre irréductible la fraction  $\frac{72}{2\,700}$

1)

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	
$72 = 3^2 \times 2^3$	

2700	5
540	5
108	3
36	3
12	3
4	2
2	2
1	
$2700 = 5^2 \times 3^3 \times 2^2$	

2)

$$\frac{72}{2\,700} = \frac{3^2 \times 2^3}{5^2 \times 3^3 \times 2^2} = \frac{2}{5^2 \times 3} = \frac{2}{75}$$

**Exercice 5 :**

Donner la nature (entier naturel, entier relatif, décimal, rationnel, ou irrationnel) de chacun des nombres

suivants :  $\frac{27}{36}$  ;  $-\sqrt{9}$  ;  $\frac{6\pi}{\pi}$  ;  $2\pi + 1$  ;  $\frac{4}{3}$

$\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$       **Décimal** car de la forme  $\frac{a}{2^n \times 5^m}$

$-\sqrt{9} = -3$       **Entier relatif**

$\frac{6\pi}{\pi} = 6$       **Entier naturel**

$2\pi + 1$       **Irrationnel**

$\frac{4}{3}$       **Rationnel**

### Exercice 6 :

Voici un écran de calculatrice :

$\sqrt{2}$	1.414213562
------------	-------------

- 1) Donner un encadrement de  $\sqrt{2}$  à  $10^{-4}$  près.
- 2) Donner l'arrondi au millième de  $\sqrt{2}$ .

- 1)  $1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$
- 2)  $\sqrt{2} \approx 1,414$

### Exercice 7 :

- 1) Dans les expressions suivantes,  $x$  est un réel tel que les dénominateurs ne puissent pas être nuls. Ecrire chaque expression sous la forme d'une unique écriture fractionnaire.

$$A = \frac{3x}{6} + \frac{5x-2}{9} \quad ; \quad B = \frac{2}{x-3} + \frac{5}{x}$$

- 2) Ecrire le nombre suivant sous la forme  $3^n$  où  $n$  est un entier relatif :  $C = \frac{3^{23} \times 3^2}{(3^5)^4}$
- 3) Ecrire le nombre suivant sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est un entier et  $b$  est l'entier naturel le plus petit possible :  $D = \sqrt{50} + 7\sqrt{32} - 6\sqrt{2}$

$$1) A = \frac{3x \times 3}{6 \times 3} + \frac{(5x-2) \times 2}{9 \times 2} = \frac{9x}{18} + \frac{10x-4}{18} = \frac{19x-4}{18} \quad B = \frac{2 \times x}{(x-3) \times x} + \frac{5 \times (x-3)}{x \times (x-3)} = \frac{2x}{x(x-3)} + \frac{5x-15}{x(x-3)} = \frac{7x-15}{x(x-3)}$$

$$2) C = \frac{3^{23+2}}{3^{5 \times 4}} = \frac{3^{25}}{3^{20}} = 3^5$$

$$3) \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$7\sqrt{32} = 7\sqrt{16 \times 2} = 7\sqrt{16} \times \sqrt{2} = 7 \times 4 \times \sqrt{2} = 28\sqrt{2}$$

$$D = 5\sqrt{2} + 28\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 27\sqrt{2}$$

### Exercice 8 :

- 1) Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (5 + 4x)^2 \quad ; \quad B = (2x - 7)^2 \quad ; \quad C = (8x + 3)(8x - 3)$$

- 2) Factoriser les expressions suivantes :

$$D = x^2 + 6x + 9 \quad ; \quad E = x^2 - 10x + 25 \quad ; \quad F = x^2 - 36$$

1)

$$A = (5 + 4x)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 4x + (4x)^2 = 25 + 40x + 16x^2 = 16x^2 + 40x + 25$$

$$B = (2x - 7)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49$$

$$C = (8x + 3)(8x - 3) = (8x)^2 - 3^2 = 64x^2 - 9$$

2)

$$D = x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2$$

$$E = x^2 - 10x + 25 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = (x - 5)^2$$

$$F = x^2 - 36 = x^2 - 6^2 = (x - 6)(x + 6)$$

### Exercice 9 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$a) 4x + 5 = 14 - 2x \quad b) \frac{5x-16}{x+10} = 0$$

$$a) 4x + 5 = 14 - 2x \Leftrightarrow 4x + 2x = 14 - 5 \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{6} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \quad S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$b) \frac{5x-16}{x+10} = 0 \Leftrightarrow 5x - 16 = 0 \quad \text{et} \quad x + 10 \neq 0$$

$$x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = -10 \quad \text{Valeur interdite : } x = -10$$

$$5x - 16 = 0 \Leftrightarrow 5x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{16}{5} \right\}$$

## FONCTION

### Exercice 10 :

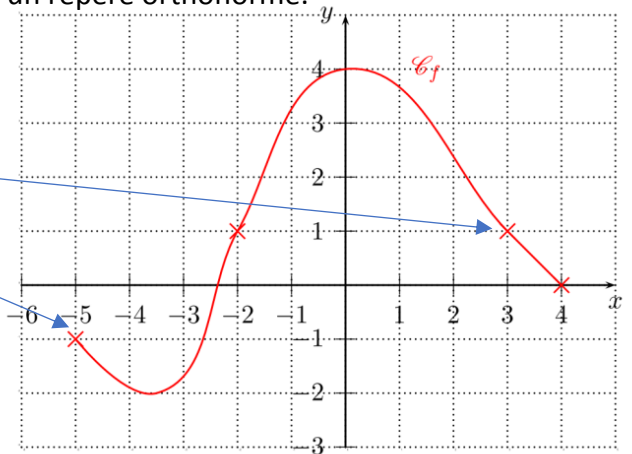
$g$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^2 - 4$ .

- Calculer  $g(6) = 6^2 - 4 = 32$
- Calculer l'image de  $-3$  :  $g(-3) = (-3)^2 - 4 = 5$
- Calculer un antécédent de  $0$  :  $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x-2)(x+2) = 0$   
 $\Leftrightarrow x-2 = 0$  ou  $x+2 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = 2$  ou  $x = -2$
- Le point A (5 ; 20) appartient-il à la courbe représentative de  $g$  ? Justifier la réponse.  
 Le point A appartient à la courbe de  $g$  si et seulement si  $g(5) = 20$ . Vérifions cela :  
 $g(5) = 5^2 - 4 = 21$  Donc A n'appartient pas à la courbe représentative de  $g$ .
- Le point B d'abscisse  $-8$  appartient à la courbe représentative de  $g$ . Calculer son ordonnée.  
 Le point B appartient à la courbe représentative de  $g$ , donc son ordonnée est  $g(-8) = (-8)^2 - 4 = 60$ .  
 L'ordonnée de B est donc 60.

### Exercice 11 :

Voici la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé.

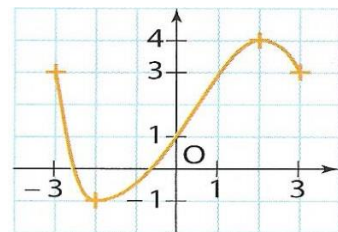
- Donner l'ensemble de définition de  $f$ .  
 $D_f = [-5; 4]$
- Donner l'image de  $3$  :  $1$
- Donner un antécédent de  $-1$  :  $-5$
- Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) \geq 1$   
 $S = [-2; 3]$
- Résoudre graphiquement l'équation :  $f(x) = -3$   
 $S = \emptyset$



### Exercice 12 :

$f$  est la fonction définie par la courbe ci-contre.

- Décrire, avec des phrases, le sens de variation de la fonction  $f$ .  
 $f$  décroît pour  $x$  allant de  $-3$  à  $-2$   
 $f$  croît pour  $x$  allant de  $-2$  à  $2$   
 $f$  décroît pour  $x$  allant de  $2$  à  $3$



- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .

$x$	$-3$	$-2$	$2$	$3$
Variations de $f$	$3$	$-1$	$4$	$3$

- Donner le minimum et le maximum de  $f$  sur l'intervalle  $[-3; 3]$ .

Minimum =  $-1$

Maximum =  $4$

### Exercice 13 :

Tracer (à main levée) dans des repères les courbes représentatives des fonctions carré, cube, inverse et racine carrée.

Vérifier vos courbes sur la calculatrice

## GEOMETRIE

### Exercice 14 :

Dans un repère on donne les points A (-2 ; -3), B (2 ; -2), C (3 ; 2) et D (-1 ; 1).

- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DC}$ .
- 2) Justifier que ABCD est un parallélogramme.

- 1)  $\overrightarrow{AB} (2 - (-2); -2 - (-3)) = (4; 1)$        $\overrightarrow{DC} (3 - (-1); 2 - 1) = (4; 1)$
- 2) On remarque que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ . Donc d'après la propriété du parallélogramme ABCD est un parallélogramme

### Exercice 15 :

Dans un repère (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ), on considère le point A (4 ; 3) et les vecteurs  $\vec{u}$  (-1 ; -2) et  $\vec{v}$  (-2 ; 3).

- 1) Calculer les coordonnées du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$ .
- 2) Calculer les coordonnées du point M défini par  $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$ .

- 1)  $\vec{u} + \vec{v} = (-1 + (-2); -2 + 3) = (-3; 1)$
- 2) On note (x ; y) les coordonnées de M :  
 $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v} \Leftrightarrow (x - 4; y - 3) = (-3; 1) \Leftrightarrow x - 4 = -3$       et       $y - 3 = 1$   
 $\Leftrightarrow x = 1$       et       $y = 4$   
 Le point M a donc pour coordonnées (1 ; 4)

### Exercice 16 :

Dire, en justifiant la réponse, si les vecteurs  $\vec{u}$  (3 ; 5) et  $\vec{v}$  (8,1 ; 13,5) sont colinéaires.

$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires si le déterminant de ces deux vecteurs est nul.  
 $3 \times 13,5 - 8,1 \times 5 = 0$       donc les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont colinéaires

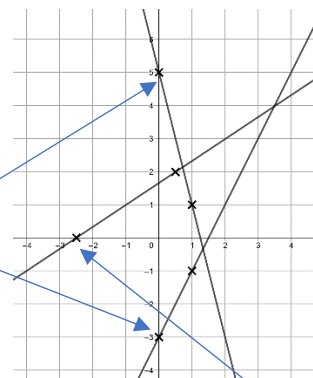
### Exercice 17 :

- 1) Donner les coordonnées de A et B : A(3; 2) et B(6; 7)
- 2) Calculer la distance AB, donner la valeur arrondie au dixième :  $AB = \sqrt{(6-3)^2 + (7-2)^2} = \sqrt{34} \approx 5,8$
- 3) Calculer les coordonnées du milieu de [AB].

$$x = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2} = 4,5 \quad \text{et} \quad y = \frac{7+2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$$

### Exercice 18 :

- 1) Dans un repère tracer les droites suivantes :
  - la droite (d<sub>1</sub>) d'équation :  $y = 2x - 3$   
coupe l'axe des ordonnées en -3, et a pour pente 2.
  - la droite (d<sub>2</sub>) d'équation :  $y = -4x + 5$   
coupe l'axe des ordonnées en 5, et a pour pente -4.
  - la droite (d<sub>3</sub>) d'équation :  $-2x + 3y - 5 = 0$   
On calcule les coordonnées de deux points de la droite en choisissant au hasard des valeurs pour x (ou y)  
Si  $y = 0$ ,  $-2x + 3 \times 0 - 5 = 0$  donc  $-2x = 5$ ,  $x = \frac{5}{-2} = -2,5$ . Donc le point de coordonnées (- 2,5 ; 0) appartient à la droite (d<sub>3</sub>).
  - Si  $y = 2$ ,  $-2x + 3 \times 2 - 5 = 0$  donc  $-2x + 6 - 5 = 0$ ,  $-2x = -1$ ,  $x = \frac{-1}{-2} = 0,5$ . Donc le point de coordonnées (0,5 ; 2) appartient à la droite (d<sub>3</sub>).



Un vecteur directeur de  $(d_3)$  a ses coordonnées de la forme  $(-b; a)$  avec  $a = -2$  et  $b = 3$   
Donc le vecteur de coordonnées  $(-3; -2)$  est un vecteur directeur de  $(d_3)$ .

- 2) Dans un repère, on donne les points A (1 ; 6) et B (-2 ; 9). Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB).

Méthode 1 : Déterminons les coordonnées du vecteur directeur de la droite (AB) :

$$\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 9 - 6) = (-3; 3)$$

L'équation cartésienne de la droite (AB) s'écrit donc de la façon suivante :  $ax + by + c = 0$  avec  $(-b; a)$  étant les coordonnées du vecteur directeur de la droite. Donc :

$$(AB) : 3x + 3y + c = 0$$

Déterminons  $c$  :

On sait que A appartient à la droite (AB) donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (AB):

$$3 \times x_A + 3 \times y_A + c = 0 \Leftrightarrow 3 \times 1 + 3 \times 6 + c = 0 \Leftrightarrow 21 + c = 0 \Leftrightarrow c = -21$$

Conclusion :

La droite (AB) a pour équation cartésienne :  $3x + 3y - 21 = 0$

Méthode 2 : On note  $(x; y)$  les coordonnées de M un point de la droite (AB).

Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AM}$  sont colinéaires, donc leur déterminant est égal à 0 :

$$\overrightarrow{AB} = (-2 - 1; 9 - 6) = (-3; 3)$$

$$\overrightarrow{AM} = (x - 1; y - 6)$$

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AM}) = \begin{vmatrix} -3 & x - 1 \\ 3 & y - 6 \end{vmatrix} = -3 \times (y - 6) - 3 \times (x - 1) = -3y + 18 - 3x + 3 = -3x - 3y + 21$$

Conclusion :

La droite (AB) a pour équation cartésienne :  $-3x - 3y + 21 = 0$

- 3) Dans un repère, on donne deux droites (d) d'équation :  $y = 2x - 4$  et (d') d'équation :  $y = -2x + 8$ . Déterminer par le calcul les coordonnées de leur point d'intersection.

Le point d'intersection de ces deux droites est la solution à la résolution du système :

$$\begin{cases} y = 2x - 4 & (E_1) \\ y = -2x + 8 & (E_2) \end{cases}$$

Méthode 1 : résolution par **substitution**

Je prends  $y$  de  $(E_1)$  pour le mettre dans  $(E_2)$

$$(E_2) \quad \text{devient} \quad 2x - 4 = -2x + 8 \Leftrightarrow 2x + 2x = 8 + 4 \Leftrightarrow 4x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{4} = 3$$

$$x = 3 \text{ dans } (E_1) \text{ nous donne } y : y = 2 \times 3 - 4 = 2$$

Le point d'intersection a donc pour coordonnées (3; 2)

Méthode 2 : résolution par **addition**

$$\text{Je calcule } (E_1) - (E_2) \Leftrightarrow 0 = 4x - 12 \Leftrightarrow 12 = 4x \Leftrightarrow x = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{Je remplace } x \text{ dans } (E_1) \Leftrightarrow y = 2 \times 3 - 4 = 2$$

Le point d'intersection a donc pour coordonnées (3; 2)

## **STATISTIQUES ET PROBABILITES**

### **Exercice 19 :**

- 1) Dans un lycée, 30 % des élèves sont en Terminale, et parmi ces élèves de Terminale, 42 % sont des filles. Calculer, sur l'ensemble des élèves de ce lycée, le pourcentage de filles élèves de Terminale.

$$\frac{30}{100} \times \frac{42}{100} = 0,126$$

Le pourcentage de filles élèves de terminale est de **12,6%**

- 2) Un objet coûte 125 € ; son prix diminue de 14 %. Quel est son nouveau prix ?

$$125 \times \left(1 - \frac{14}{100}\right) = 107,5$$

Son nouveau prix est de 107,50€

- 1) Le prix d'un objet subit deux augmentations successives de 10 % et 23 %. Quel est le pourcentage d'augmentation total ?

Coefficient multiplicateur :  $CM$

$$CM = CM_1 \times CM_2 = \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \left(1 + \frac{23}{100}\right) = 1,353 = 1 + \frac{35,3}{100}$$

Le pourcentage d'augmentation total est donc de 35,3%

- 3) Le prix d'une action cotée en bourse a diminué de 15 %. Quel est le pourcentage d'augmentation qu'il faudrait lui appliquer pour qu'elle retrouve son prix initial (arrondir au dixième) ?

Le coefficient multiplicateur inverse est  $\frac{1}{CM}$

$$\frac{1}{1 - \frac{15}{100}} = \frac{1}{0,85} \approx 1,176 = 1 + \frac{17,6}{100}$$

Pour que l'action retrouve son prix initial il faudrait lui appliquer une augmentation de 17,6%

### Exercice 20 :

Le tableau ci-dessous donne la répartition des magasins d'une entreprise de prêt-à-porter en fonction de leur nombre d'employés.

Nombre d'employés	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	8	10	32	45	52	60	15
Effectif cumulé croissant	8	18	50	95	147	207	222

- 1) Calculer la moyenne de cette série statistique, arrondir au dixième (écrire les calculs effectués).

$$\text{moyenne} = \frac{8 \times 1 + 10 \times 2 + 32 \times 3 + 45 \times 4 + 52 \times 5 + 60 \times 6 + 15 \times 7}{222} = \frac{1029}{222} \approx 4,6$$

- 1) Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants, puis déterminer la médiane et les 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> quartiles (écrire les calculs effectués).

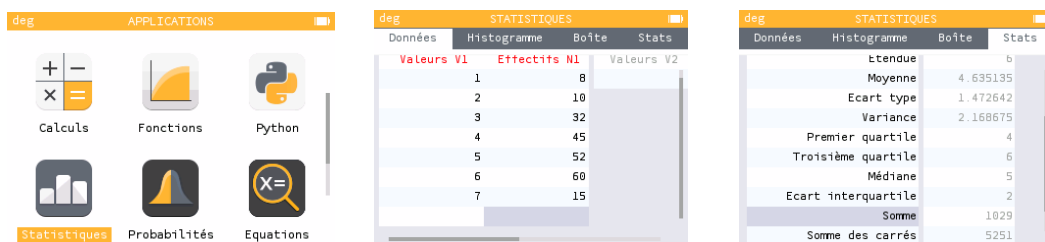
L'effectif ( $n = 222$ ) est pair, donc la médiane est la moyenne des valeurs des rangs 111 ( $\frac{n}{2}$ ) et 112 ( $\frac{n}{2} + 1$ ). Dans le tableau on peut lire la valeur du rang 111 soit 5 et la valeur du rang 112 soit 5.

La médiane est donc  $\frac{5+5}{2} = 5$

Le premier quartile est la valeur du rang 56 ( $\frac{n}{4} = \frac{222}{4} = 55,5$ ) soit d'après le tableau :  $Q_1 = 4$

Le troisième quartile est la valeur du rang 167 ( $3 \times \frac{n}{4} = 3 \times \frac{222}{4} = 166,5$ ) soit d'après le tableau :  $Q_3 = 6$

- 2) En utilisant le menu Statistique de la calculatrice, vérifier les résultats des questions 1 et 2.



### Exercice 21 :

On lance deux dés équilibrés à quatre faces numérotés de 1 à 4 et on effectue la somme des numéros obtenus.

- 1) Réaliser un tableau à double entrée pour obtenir l'ensemble de toutes les issues possibles.

	1	2	3	4
1	2	3	4	5
2	3	4	5	6
3	4	5	6	7
4	5	6	7	8

- 2) En déduire la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

$$P = \frac{\text{nombre d'issues possibles}}{\text{nombre d'issues total}} = \frac{\text{nombre d'issues possibles}}{16}$$

Loi de probabilité :

Issue possible	2	3	4	5	6	7	8
Probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

- 2) On considère les évènements :

- A : « La somme obtenue est paire »  $P(A) = \frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = 0,5$
- B : « La somme obtenue est 2 ou 7 »  $P(B) = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} = \frac{3}{16}$

- 3) Décrire par une phrase l'évènement  $A \cap B$  : « La somme obtenue est 2 ».

$$\text{Déterminer } P(A \cap B) = \frac{1}{16}$$

- 4) En déduire  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{2} + \frac{3}{16} - \frac{1}{16} = 0,625$

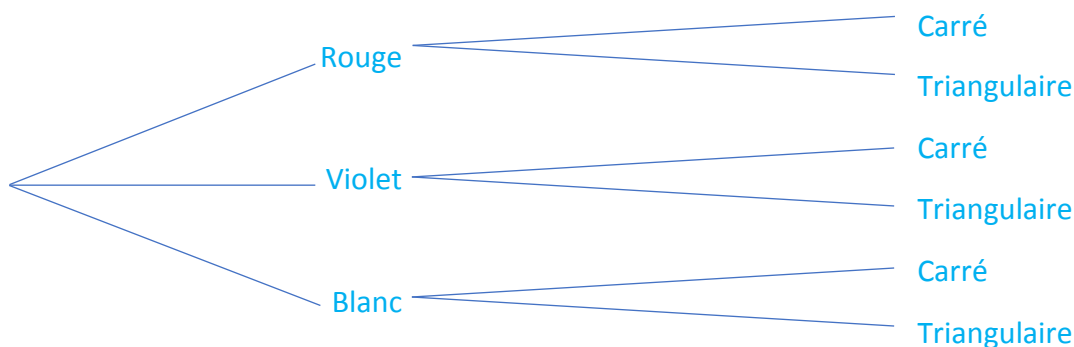
### Exercice 22 :

Une boîte contient trois cubes : un rouge, un violet et un blanc.

Un sac contient deux jetons : un carré et un triangulaire.

On choisit un cube de la boîte, puis un jeton du sac.

- 1) Réaliser un arbre pour obtenir l'ensemble de toutes les issues possibles.



- 1) Déterminer la probabilité de l'évènement A « obtenir un cube violet et un jeton carré ».

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues possibles}}{\text{nombre d'issues total}} = \frac{1}{6}$$

- 2) Déterminer la probabilité de l'évènement B « obtenir un jeton triangulaire ».

$$P(B) = \frac{3}{6} = 0,5$$